АКАДЕМИЯ НАУК СССР

РАДИОТЕХНИКА
И
ЭЛЕКТРОНИКА

Том XX

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

2

МОСКВА · 1975

УДК 621.396.677.095.3

АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ПОЛЯ СФОКУСИРОВАННОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ

В. И. Классен, В. В. Меркулов

1. Детальный расчет пространственного распределения полей больших антенных решеток в ближней зоне является громоздкой математической задачей. Поэтому весьма актуальны приближенные методы анализа, позволяющие оценить существенные черты интерференционной картины.

В настоящей работе на основе применяемого в теории чисел соотношения ван дер Корпута дана эффективная оценка верхнего уровня сфокусированного в зоне Френеля поля излучения плоской фазируемой антенной решетки.

Пусть квадратная строчно-столбцевая антенная решетка состоящая из $(2N+1)^2$ излучателей с одинаковыми диаграммами направленности $f(\theta,\varphi)$, расположена в плоскости $z=0$. При $R \gg L$ (R – расстояние от центра решетки до точки наблюдения, L – размер антенны) компоненты поля излучения в точке наблюдения $\mathrm{R}(R,\theta,\varphi)$ пропорциональны функции

$$F(\mathrm{R},\mathrm{R}_0)=\frac{e^{ikR}}{R}f(\theta,\varphi)M(\mathrm{R},\mathrm{R}_0), \tag{1}$$

где k – волновое число; $\mathrm{R}_0(R_0,\theta_0,\varphi_0)$ – точка фазирования;

$$M(\mathrm{R},\mathrm{R}_0)=\sum_{m=-N}^{N}\sum_{n=-N}^{N}\exp\Bigg\{ikd\Bigg[-m(u-u_0)-n(v-v_0)+ \\ +\frac{dm^2}{2}\left(\frac{1-u^2}{R}-\frac{1-u_0{}^2}{R_0}\right)+\frac{dn^2}{2}\left(\frac{1-v^2}{R}-\frac{1-v_0{}^2}{R_0}\right)- \\ -dmn\left(\frac{uv}{R}-\frac{u_0v_0}{R_0}\right)\Bigg]\Bigg\}; \tag{2}$$

d – период решетки; $u=\sin\theta\cos\varphi$; $u_0=\sin\theta_0\cos\varphi_0$; $v=\sin\theta\sin\varphi$; $v_0=\sin\theta_0\sin\varphi_0$.

Отметим, что поле решетки при $d\leqslant\lambda/2$ близко к достаточно подробно исследованному полю соответствующей непрерывной апертуры. Поэтому основное внимание будет уделено эффектам, проявляющимся при $d>\lambda/2$.

2. Выражения (1), (2) показывают, что мы пришли к необходимости оценивать суммы вида

$$S(\alpha,\beta,N)=\sum_{n=-N}^{N}e^{i(\alpha n^2+\beta n)}. \tag{3}$$

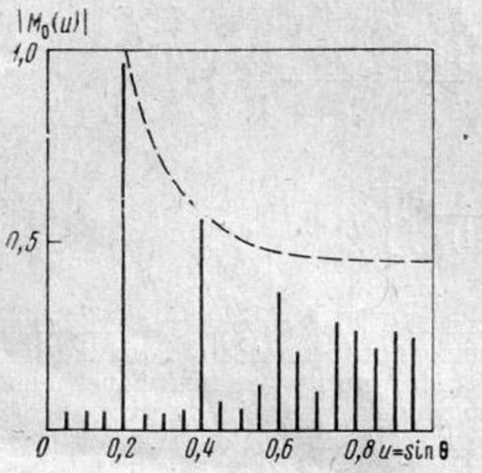

Рис. 1

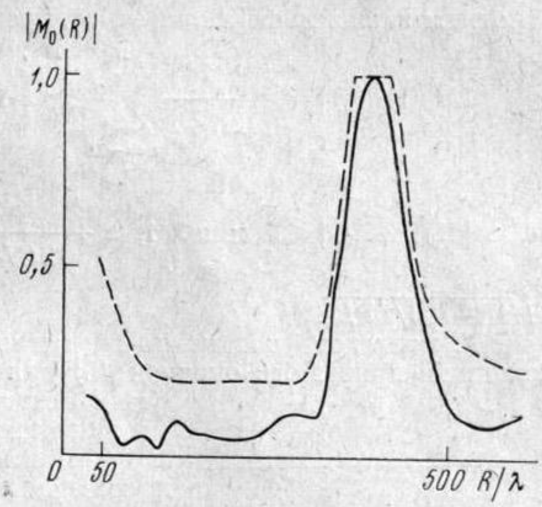

Рис. 2

В теории чисел [1] для оценки подобных тригонометрических сумм доказывается следующая

Теорема ван дер Корпута. Если $\Psi(x)$ – действительная дважды дифференцируемая функция и при $x \in (a, b)$, $b \geqslant a+1$ выполняется неравенство

$$0<r\leqslant\Psi''(x)\leqslant hr \quad \text{или} \quad 0<r\leqslant-\Psi''(x)\leqslant hr,$$

то

$$\left|\sum_{a<n\leqslant b} e^{2\pi i\Psi(n)}\right| \leqslant h(b-a)\sqrt{r}+\frac{1}{\sqrt{r}}.$$

Для суммы (3) получаем

$$|S(\alpha, \beta, N)| \leqslant (2N+1)\sqrt{\frac{|\alpha|}{\pi}}+\sqrt{\frac{\pi}{|\alpha|}}.$$

Кроме того, возможное максимальное значение суммы равно $2N+1$. Следовательно, для $|S|$ можно написать

$$|S(\alpha, \beta, N)| \leqslant \text{мин}\left[2N+1,\ (2N+1)\sqrt{\frac{|\alpha|}{\pi}}+\sqrt{\frac{\pi}{|\alpha|}}\right]. \tag{4}$$

Отметим, что в оценку (4) не входит величина β. Рассмотрим подробнее этот интересный факт. Согласно (2) при $R=R_0$, $\theta_0=0$ в плоскости $\varphi=0$

$$|M(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0)| = (2N+1)\left|\sum_{n=-N}^{N} \exp\left\{-ik\frac{n^2d^2}{2R_0}\sin^2\theta - iknd\sin\theta\right\}\right|. \tag{5}$$

Выражение (5) можно условно трактовать как множитель линейной антенной решетки с квадратичной фазовой ошибкой. При фокусировке антенны в точку $R_0=\infty$ квадратичный член равен нулю, и множитель решетки имеет одинаковые паразитные максимумы в направлениях $\sin\theta_l=l(\lambda/d)$, $l=\pm1, \pm2, \ldots$. При конечных R_0 происходит снижение паразитных максимумов. Таким образом, формула (4) дает верхнюю оценку величины паразитных максимумов множителя решетки в промежуточной зоне излучения антенны.

3. Найдем оценку $M(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0)$ в соотношении (5). Из (4), (5) для нормированного значения множителя решетки $M_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0)=M(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0)/(2N+1)^2$ получаем

$$|M_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0)| \leqslant \text{мин}\left\{1,\ x+\frac{1}{(2N+1)x}\right\}, \quad \text{где} \quad x=\frac{x\sin\theta}{\sqrt{\lambda R_0}}.$$

Пример такой простой инженерной оценки приведен на рис. 1 для случая $d=5\lambda$, $R_0=400\lambda$, $(2N+1)^2=441$. Здесь же показаны максимальные лепестки, вычисленные на ЭВМ по формуле (5).